Справочник для успешной сдачи ОГЭ по математике

2023

Оглавление

Как устроен экзамен

Задания

В ОГЭ по математике 25 заданий.

Задания по алгебре: №1-14, №20-22.

Задания по геометрии: №15-19, №23-25.

Часть 1, задания 1–19

Задания с кратким ответом. От вас требуется решить задание и записать ответ в соответствующем поле на бланке, способ решения при этом приводить не нужно. Два задания — это задания с кратким ответом в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа, в оставшихся семнадцати нужно в качестве ответа ввести число или последовательность цифр.

За каждое задание 1 части вы можете получить по 1 баллу. В сумме за все задания 19 баллов.

Часть 2, задания 20–25

Задания с развёрнутым ответом. Здесь нужно не только дать ответ, но и расписать весь ход рассуждений.

За каждое задание 2 части вы можете получить по 2 балла. В сумме за все задания 12 баллов.

Для того, чтобы сдать экзамен нужно набрать 8 баллов, из которых должны быть обязательно 2 балла по геометрии.

0-7 б.	8-14 б.	15-21 б.	22-31 б.
«2»	«3»	«4»	«5»

Алгебра

(задания 6 – 14)

6 задание

6 задние ОГЭ по математике называется «Числа и величины». Это действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Арифметические действия с обыкновенными дробями:

1. Если знаменатели одинаковы:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

2. Если знаменатели разные, нужно сначала привести к одному знаменателю (общему), а затем воспользоваться 1 правилом.

$$\frac{a^{d}}{b} + \frac{c^{b}}{d} = \frac{ad+cb}{bd} \qquad \frac{a^{d}}{b} - \frac{c^{b}}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

3. Чтобы умножить дробь на дробь нужно перемножить числитель с числителем, знаменатель со знаменателем. По возможности сократить полученный ответ.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

4. Чтобы разделить дробь на дробь, первую дробь оставляем без изменений, а вторую дробь переворачиваем (меняем местами числитель и знаменатель). Знак деления меняем на знак умножения. А затем решаем по правилу 3.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Арифметические действия с десятичными дробями:

I. Чтобы ***сложить (вычесть)*** десятичные дроби, нужно:
1. Уравнять в этих дробях количество знаков после запятой;
2. Записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
3. Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимание на запятую;
4. Поставить в ответе запятую под запятой в этих дробях.

$$\begin{array}{r} +\,45{,}679 \\ 0{,}350 \\ \hline 46{,}029 \end{array}$$	$$\begin{array}{r} -\,52{,}000 \\ 3{,}614 \\ \hline 48{,}386 \end{array}$$	**Запятая под запятой**

II. Чтобы ***умножить*** десятичные дроби, нужно:
1. Выполнить умножение, не обращая внимания на запятую;
2. Отделить запятой в полученном произведении столько знаков, сколько их имеется после запятой в обоих множителях в сумме.

Чтобы умножить десятичную дробь на **0,1; 0,01; 0,001,** нужно перенести запятую влево на столько цифр, сколько нулей стоит перед единицей в множителе.

Не обращая внимания на запятые; в ответе отделяем справа запятой столько цифр, сколько их после запятой в обоих множителях вместе.	× 2,27 15 11,35 22,7 34,05	× 67,3 4,6 40,38 269,2 309,58

III. Чтобы ***разделить*** десятичную дробь на натуральное число, нужно:

1. Разделить дробь на это число, не обращая внимание на запятую;
2. Поставить в частном запятую после того, как закончено деление целой части;

3. Если целая часть меньше делителя, то частное начинается с нуля целых.

Чтобы разделить десятичную дробь на **10, 100, 1000, …,** нужно перенести влево запятую этой дроби на столько цифр, сколько нулей стоит после единицы в делителе

0,806 | 31 -0 | 0,026 8 -0 80 -62 186 -186 0	921,20 | 4 -8 | 230,30 12 -12 12 -12 0	**Сначала разделить целую часть,** поставить в частном запятую; а затем делить дробную часть

IV. Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:

1. В делимом и делителе перенести запятую вправо на столько, сколько их после запятой в делителе
2. Выполнить разделение на натуральное число.

Чтобы разделить десятичную дробь на **0,1; 0,01; 0,001,** нужно перенести в ней запятую вправо на столько цифр, сколько нулей стоит в делителе перед единицей (т.е. умножить дробь на **10, 100, 1000**)

Нужно делитель сделать натуральным числом; для этого запятую переносим в конец делителя, в делимом переносим запятую на столько же знаков; Затем выполняем деление на натуральное число.	3,76 : 0,4 = 37,6 : 4 = 9,4 56,1 : 0, 03 = 5610 : 3 = 1870 18 : 0,15 = 1800 : 15 = 120

V. Представление десятичной дроби в виде обыкновенно и обыкновенной в виде десятичной.

Главное правило в переводе десятичной дроби в обыкновенную — как читается десятичная дробь, так и пишется обыкновенная. Если можно, дробь сократить.	2,3 — две целых три десятых. $2{,}3 = 2\frac{3}{10} = \frac{23}{10}$.
Чтобы перевести обыкновенную дробь в десятичную, надо ее числитель разделить на знаменатель	78=7:8=0,875

Арифметические действия с отрицательными числами:

1. Чтобы сложить два отрицательных числа складываем их модули и перед ответом ставим знак «–»;

Пример: -8 + (-13) = -21

Разберем решение этого примера:

1) Складываем модули чисел: |8| + |13| = |21|
2) Перед ответом ставим отрицательный знак, следовательно, ответ −21

2. Чтобы найти сумму чисел с разными знаками, нужно из большего модуля вычесть меньший и перед ответом поставить знак большего модуля;

Пример: −5 + 8 = 3

Разберем решение этого примера:

1) |8|>|5|
2) из |8| вычитаем |5| и получаем |3|
3) так как перед большим модулем (|8|) не стояло отрицательного знака, то ответ будет 3

3. Умножение и деление с отрицательными числами.

$+ \cdot + = +$ $\quad$ $+ : + = +$

$+ \cdot - = -$ $\quad$ $+ : - = -$

7 задание

Алгоритм выполнения задания

1. Преобразуй каждое выражение, чтобы они были в одном виде, и оцени каждое из них.

2. Сравни по правилам или с помощью координатной прямой.

3. Запиши ответ на вопрос задания.

Сравнение чисел:

1. Из двух чисел больше то, которому на числовой оси соответствует точка, расположенная правее $A > B$;

2. Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше (которое ближе к нулю на числовой оси);

Если $|-10| = 10$ $|-8| = 8$, то $-8 > -10$

3. Любое положительное число больше любого отрицательного.
4. Чтобы сравнить две десятичные дроби, нужно уравнять знаки после запятой, а потом сравнивать по разрядам.
5. Из двух десятичным дробей больше та, у которой целая часть больше.

Пример:

Пример 2. Одно из чисел $\frac{33}{7}$ $\frac{37}{7}$ $\frac{41}{7}$ $\frac{43}{7}$ отмечено на прямой точкой. Укажите это число.

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $\frac{33}{7}$ 2) $\frac{37}{7}$ 3) $\frac{41}{7}$ 4) $\frac{43}{7}$

Решение. Выделим целую часть в каждой неправильной дроби:

$$\frac{33}{7} = 4\frac{5}{7} \qquad \frac{37}{7} = 5\frac{2}{7} \qquad \frac{41}{7} = 5\frac{6}{7} \qquad \frac{43}{7} = 6\frac{1}{7}$$

Отметим на числовой прямой числа 2, 3, 4, 5.

Точка, показанная на рисунке, соответствует числу, которое меньше, чем 5, но больше, чем 4,5. Значит, подходит $4\frac{5}{7} = \frac{33}{7}$.

Ответ: 1

8 задание

Арифметические действия со степенями:

Возвести число в квадрат — значит умножить его само на себя:

Возвести число в куб — значит умножить его само на себя три раза:

Возвести число в натуральную степень n — значит умножить его само на себя n раз:

Свойства степени:

$a^0=1$	
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	При перемножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются.
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются.
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	При возведении степени в степень показатели степеней перемножаются.
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	При возведении в отрицательную степень получаем дробь, где единица делится на степень с положительным показателем.
$(a+b)^n = a^n + b^n$	При возведении произведения двух множителей в степень каждый из этих множителей возводится в заданную степень.
$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$	При возведении дроби в степень получается дробь, числитель и знаменатель которой возведены в заданную степень.
$(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$	При возведении дроби в отрицательную степень дробь переворачивается, а показатель степени становится положительным.

Свойства квадратного корня:

1. $\sqrt{a^2} = |a| = a$ (корень уничтожает квадрат)
2. $\sqrt{a^{2n}} = |a^n| = a^n$ (корень делит степень пополам)
3. $(\sqrt{a})^2 = a$ (квадрат уничтожает корень)
4. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
5. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
6. Если $a_1 > a_2$, то $\sqrt{a_1} > \sqrt{a_2}$

9 задание

Решение уравнений первой степени

1. Если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и тоже число, то получится уравнение, имеющие те же корни, что и данное.

2. Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом знак на противоположный, то получим уравнение, имеющие те же корни, что и данное.

$7x + 6 = 3x$ $7x \ \mathbf{-3x} = \mathbf{-6}$	$3 + 4x = 9x - 11$ $4x \ \mathbf{-9x} = -11 \ \mathbf{-3}$

3. Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющие те же корни, что и данное.

$2(x+5) = -9 \ \mathbf{\|:2}$ $x+5 = -4{,}5$	$\frac{1}{2}x + 5x = 55\|\cdot \mathbf{2}$ $X + 10x = 110$

Решение квадратных уравнений

Уравнение вида $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$, где x – переменная, a, b, c – некоторые числа, причем $a \neq 0$, называют квадратным уравнением.

Для того чтобы решить квадратное уравнение нужно найти его **дискриминант D** – это значение выражения $\boldsymbol{b^2-4ac}$**.**

Если $D < 0$, то квадратное уравнение корней не имеет.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет один корень, который можно найти воспользовавшись формулой $\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$**.**

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два корня x_1 и x_2 , которые можно найти воспользовавшись формулами $\boldsymbol{x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}}$, $\boldsymbol{x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}}$**.**

10 задание

Вероятность - это степень наступления какого-либо события. Вероятность изменяется числом от 0 до 1. Отрицательные числа и числа больше единицы ответом быть не могут!

Как понять результат своего вычисления:

В ОГЭ мы работаем со случайными событиями, ответ 1 или 0 в 10 задании получиться не может! ($0 \le P \le 1$)

Вероятность любого события можно найти по формуле:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{m}\ (\text{количество благоприятных исходов})}{\boldsymbol{n}\ (\text{количество всех исходов})}$$

Разберем пример:

На столе 4 бутылки с водой. Одна из них – вода с газом. Какова вероятность взять бутылку с негазированной водой, выбирая случайным образом.

Объяснение:

1. 4 бутылки, если 1 бутылка с газом, значит, 3 без газа.
2. Нам нужна негазированная, значит, количество благоприятных исходов для нас – 3.
3. А всего бутылок 4 – это количество всех исходов.
4. Далее решаем по формуле. 3 делим на 4 и переводим в десятичную дробь (ответы на ОГЭ принимаются только в виде десятичных дробей). Получаем 0.75.

Также существуют НЕСОВМЕСТИМЫЕ СОБИТИЯ – события не совместимы если они не могут произойти одновременно.

Пример: получить за ОГЭ по математике «5» и получить за ОГЭ по математике «4».

Вероятность, что наступит или событие А или событие В:

P (A или B) = P (A) + P (B)

Два события называются ПРОТИВОПОЛОЖНЫМИ, если в данном испытании они совместимы и одно из них обязательно происходит.

Вероятности противоположных событий А и В в сумме дают 1

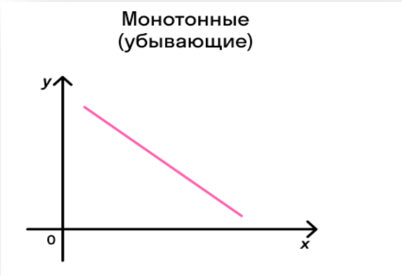
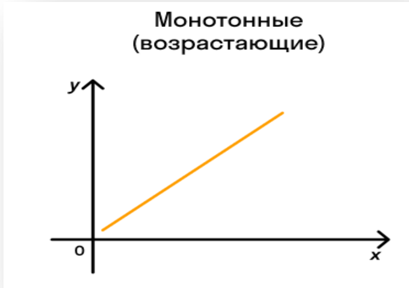
P (A) + P (B) = 1

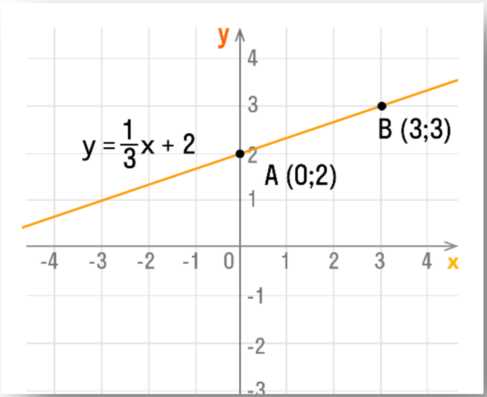
11 задание

1. Функция $\boldsymbol{y = kx + b}$, где x – переменная, k и b – некоторые числа.

График – **прямая.**

k – отвечает за возрастание / убывание и за «крутизну» подъёма /спуска: чем больше |k|, тем «круче» подъем/спуск.

	
если k < 0, то функция убывает	если k > 0, то функция возрастает



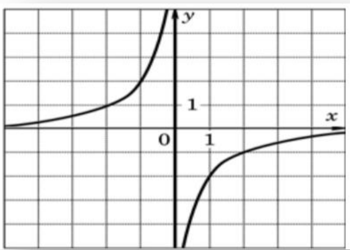
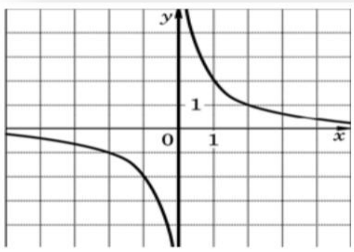
b – отвечает за пересечение оси Оу (это и есть точка пересечения оси Оу)

На рисунке мы видим график функции $y = \frac{1}{3}x + 2$. Так как b = 2, то и график пересекает ось Оу в точке 2

2. Функция $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$, где x – переменная, k – некоторое число.

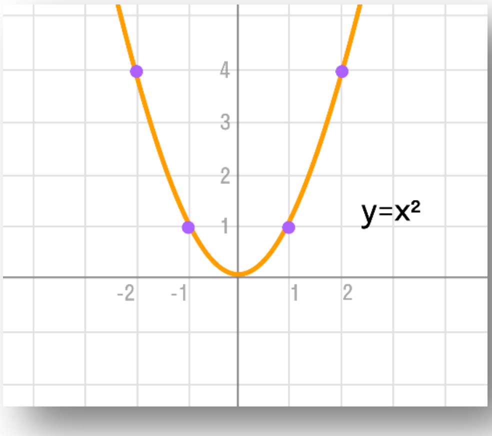
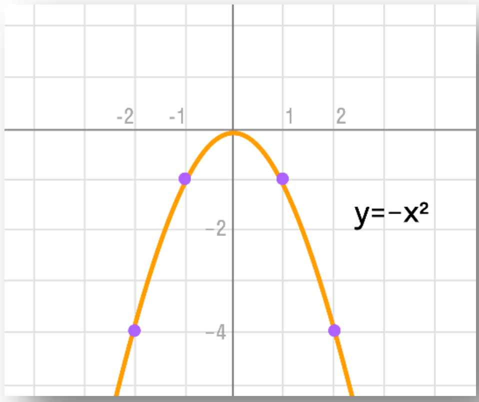
График – **гипербола.**

Чем больше |k|, тем «шире» график

	
Если k < 0, то график проходит в II и IV четвертях	Если k > 0, то график проходит в I и III четвертях

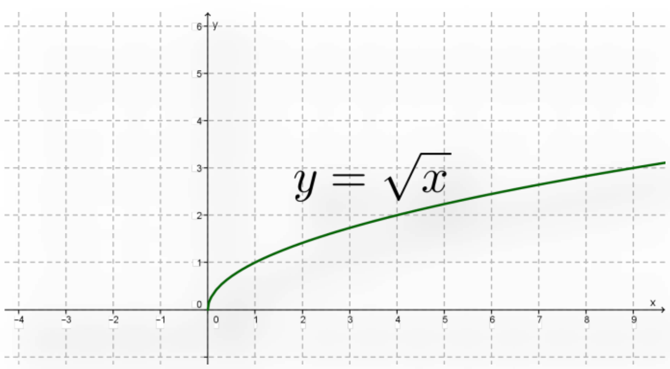
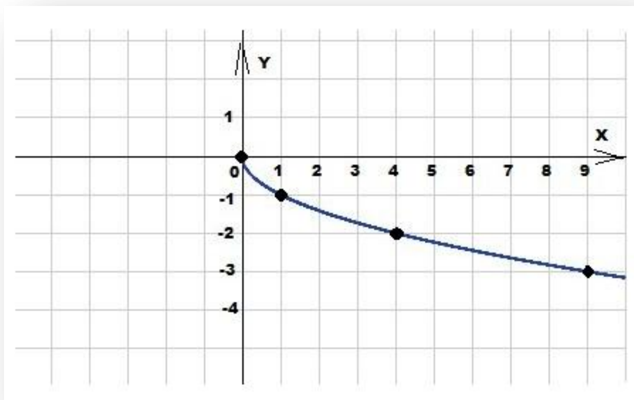
3. Функция $\boldsymbol{y = kx^2}$, где x – переменная, k – некоторое число.

График – **параболa.**

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Если $k > 0$, то ветви параболы идут вверх</td>
<td>Если $k < 0$, то ветви параболы идут вниз</td>
</tr>
</table>

4. **Функция** $\boldsymbol{y = k\sqrt{x}}$

График – **«опрокинутая» парабола**

<table>
<tr>
<td>Если k > 0, то график проходит в I четверти</td>
<td>Если k < 0, то график проходит в IV четверти</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

5. Функция $\boldsymbol{y = ax^2}$ **+ bx +c (квадратичная функция),** где x – переменные, a, b, c – некоторые числа.

График – **парабола.** Свойства и график такие же, как у обычной параболы.

c – отвечает за пересечение оси Оу (это и есть точка пересечения оси Оу)

12 задание

Задание 12 проверяет умение обучающихся работать с формулами.

В задние №12 необходимо:

1. Внимательно рассмотреть формулу, которая дана в условии;
2. Понять, какие буквенные величины нам известны;
3. Выразить неизвестную величину через известные буквенные величины;
4. Подставить числа, данные в условии в получившуюся формулу;
5. Решить уравнение.

Пример №1

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 224 Вт, а сила тока равна 4 А.

Выразим сопротивление R:

$R = P / I^2$

Подставим значения в полученную формулу:

$R = 224 / 4^2 = 224 / 16 = 14$ ом

Ответ: *14*

Пример №2

Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле:

$T = 2 \cdot \sqrt{l}$

где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение: Выразим из формулы l, для этого возведем обе части в квадрат, получим:

$T^2 = 4 \cdot l$, тогда: $l = \frac{T^2}{4}$

Подставляя значения из условия, получаем:

$l = 3^2 / 4 = 9 / 4 = 2{,}25$

Ответ: *2,25*

13 задание

Неравенство — алгебраическое выражение, в котором используются знаки $\neq, <, >, \leq, \geq$.

Квадратное неравенство выглядит так: $ax^2 + bx + c > 0$

Квадратное неравенство можно решить двумя способами: 1. Графический метод

2.Метод интервалов

Графический метод

При решении квадратного неравенства необходимо найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Чтобы найти корни, нужно найти дискриминант данного уравнения.

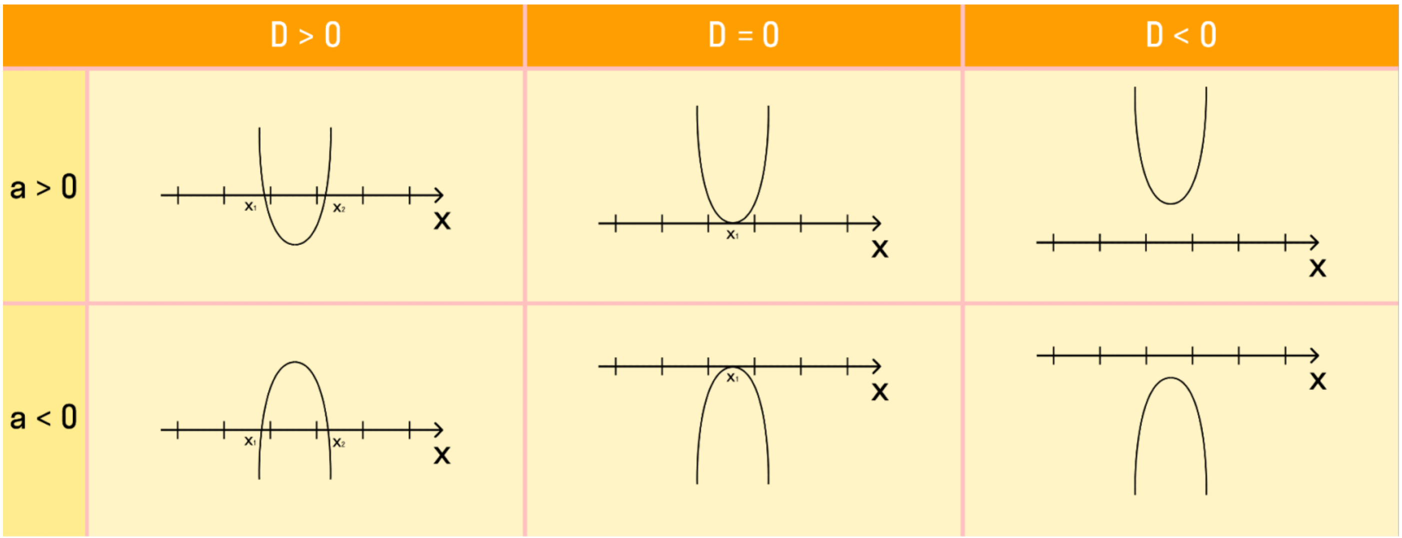
Как дискриминант влияет на корни уравнения:

D = 0. Если дискриминант равен нулю, тогда у квадратного уравнения есть один корень;

D > 0. Если дискриминант больше нуля, тогда у квадратного уравнения есть два различных корня;

D < 0. Если дискриминант меньше нуля, тогда у квадратного уравнения нет корней.

В зависимости от полученных корней и знака коэффициента a, возможно одно из шести расположений графика функции $y = ax^2 + bx + c$.



Если требуется найти числовой промежуток, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ больше нуля, то этот числовой промежуток находится там, где парабола лежит выше оси OX.

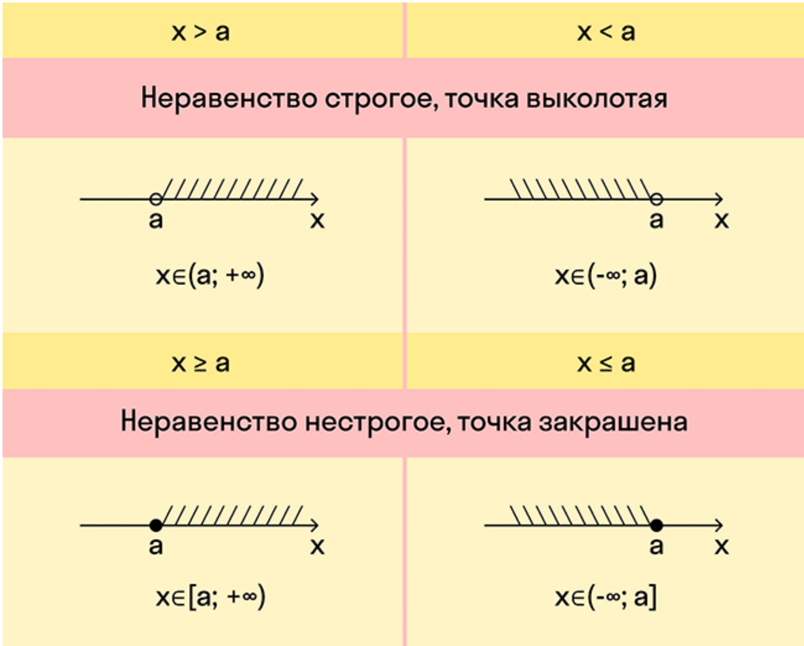
Если нужно найти числовой промежуток, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ меньше нуля — это числовой промежуток, где парабола лежит ниже оси OX.

Метод интервалов

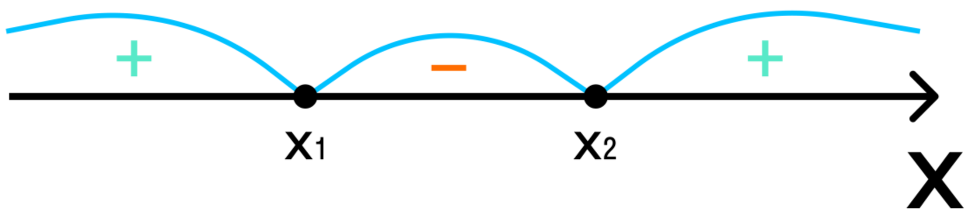
Интервал — это некий промежуток числовой прямой, то есть все возможные числа, заключенные между двумя числами — концами интервала.

Алгоритм решения квадратных неравенств методом интервалов:

1. Найти нули квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ из левой части квадратного неравенства.
2. Изобразить координатную прямую и при наличии корней отметить их на ней. Если неравенство строгое, нужно отметить корни пустыми (выколотыми) точками. Если нестрогое — обычными точками. Именно эти точки разбивают координатную ось на промежутки.
3. Определить, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке (если на первом шаге нашли нули) или на всей числовой прямой (если нулей нет). И проставить над этими промежутками + или − в соответствии с определенными знаками.



4. Если квадратное неравенство со знаком > или ≥ — наносим штриховку над промежутками со знаками +.
   Если неравенство со знаком < или ≤, то наносим штриховку над промежутками со знаком −.



Либо вместо штриховки можно нарисовать «арки» для интервалов. Справа налево, начиная с +, проставить чередуя знаки + и −.

5. Выбрать необходимые интервалы и записать ответ.

14 задание

Задание №14 называется «Прогрессии / последовательности»

Объекты, которые пронумерованы подряд натуральными числами 1, 2, 3, …, n, …, образуют **последовательность**

Арифметическая прогрессия — последовательность чисел, в которой каждый член, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и разности прогрессии.

Разность прогрессии — то число, на которое отличаются члены прогрессии друг от друга. Разность прогрессии обозначается буквой d.

Арифметическую прогрессию можно задать формулой.

$$\mathbf{a_{n+1} = a_n + d}$$

Например, если мы хотим найти третий член арифметической прогрессии, то нужно воспользоваться формулой: $a_3 = a_2 + d$

Формула нахождения n-ого члена арифметической прогрессии:	$a_n = a_1 + d\,(n-1)$, где n– количество чисел в прогрессии.
Сумма членов арифметической прогрессии:	1-й способ: $S_n = (a_1 + a_n) \cdot 2n$, 2-й способ: $S_n = 2a_1 + d\,(n-1) \cdot 2n$,
Любой член прогрессии равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов (кроме первого и последнего)	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

Геометрическая прогрессия – это такая последовательность, отношение каждого члена которой, начиная со второго, к предыдущему есть число постоянное.
Это число **q** называется **знаменателем геометрической прогрессии.**

Формула нахождения n-ого члена геометрической прогрессии	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, где n – порядковый номер числа прогрессии
Квадрат любого члена геометрической прогрессии (кроме первого) равен произведению двух соседних с ним членов	$b_n^2 = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма членов геометрической прогрессии:	1 способ: $\frac{S_n = b_1\,(q^n - 1)}{q - 1}$ 2 способ: $S = \frac{b_1}{1-q}$

Геометрия

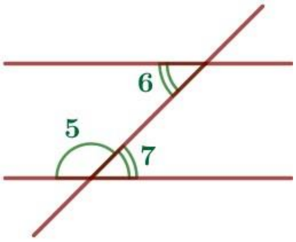
(задания 15 – 19)

15 задание (треугольники)

Углы

Сумма смежных углов равна 180°: 1+ 2=180°.

Вертикальные углы равны: 3= 4.



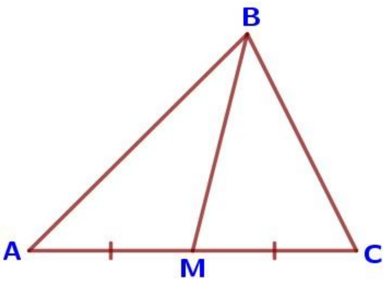
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то:

a) сумма односторонних углов равна 180°:

5+ 6=180;

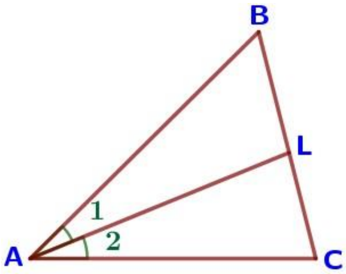
b) накрест лежащие углы равны: 6= 7 .

Треугольник произвольный



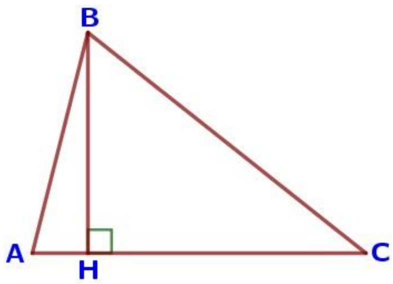
BM – медиана

AM=MC



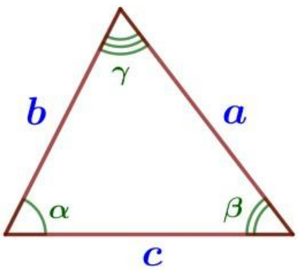
AL – биссектриса

1= 2



BH – высота

BH ⊥AC

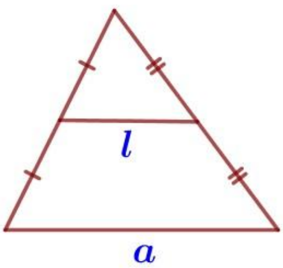


Сумма углов треугольника равна 180°:

$\alpha + \beta + \gamma$ =180°.

Периметр – сумма длин всех сторон:

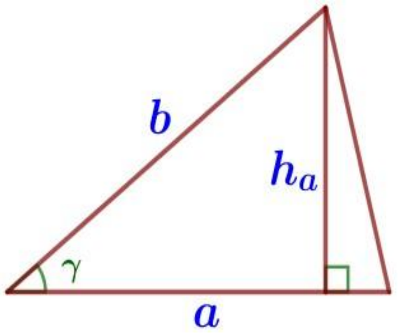
P=a+b+c .



Средняя линия треугольника параллельна одной его сторон и равна половине этой стороны:

$$l\ II\ a, \quad l=\frac{1}{2}a=\frac{a}{2}$$

Три средние линии делят треугольник на четыре равных треугольника, подобных данному.

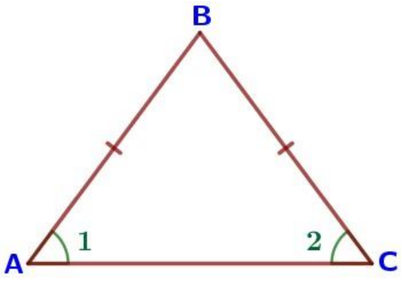


Площадь треугольника равна…

а) половине произведения его основания на высоту:

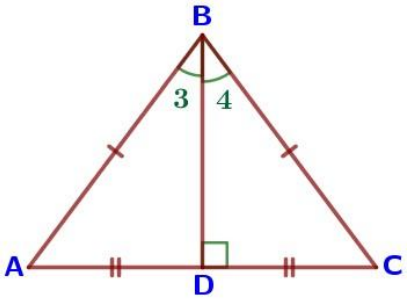
$$S=\frac{1}{2}\,a\,h_a$$

б) половине произведения двух его сторон на синус угла между ними: $S = \frac{1}{2}\,a\,b\,\sin\gamma$.



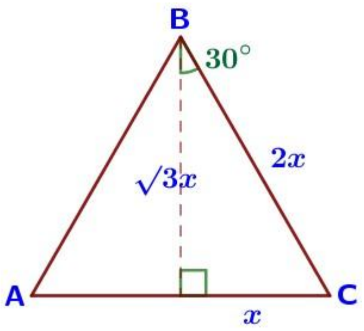
Треугольник равнобедренный

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны: 1= 2 .



В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой:

BD – биссектриса (3= 4), BD – медиана (AD=CD), BD – высота (BD ⊥AC).

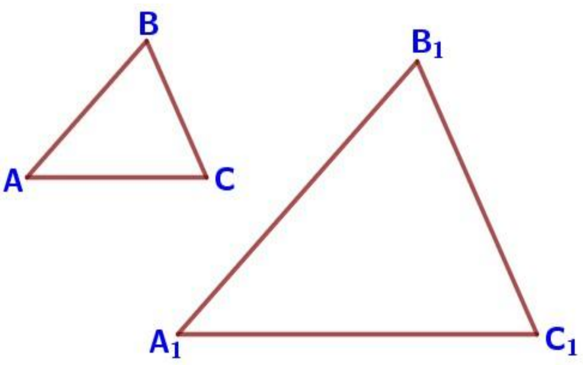


Треугольник равносторонний

В равностороннем треугольнике все углы равны: A= B = C = 60°

Каждая медиана в равностороннем треугольнике совпадает с биссектрисой и высотой, проведенными из той же вершины.

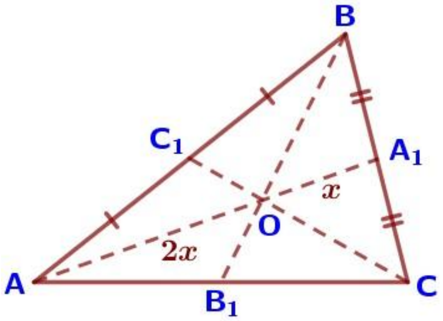
Подобные треугольники



Углы подобных треугольников соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого:

A= A B= B C= C_1 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1\,C_1}$ = k

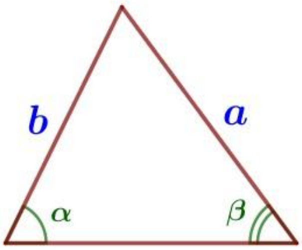
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = K^2$$



Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины:

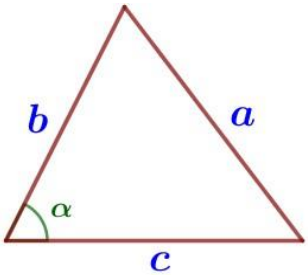
$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$ 1

Соотношение сторон треугольника



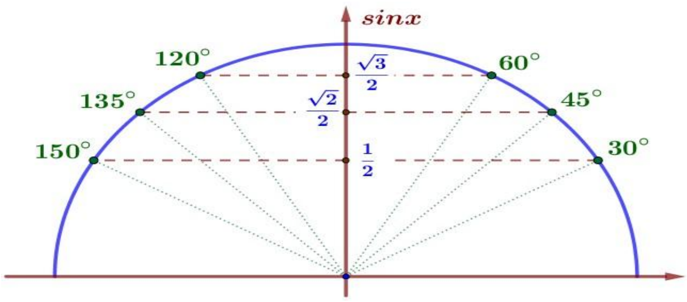
Теорема синусов: стороны треугольников пропорциональны синусам противолежащих углов:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

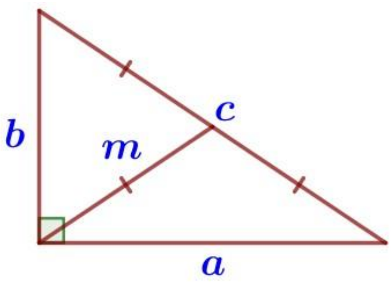


Теорема косинусов: квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

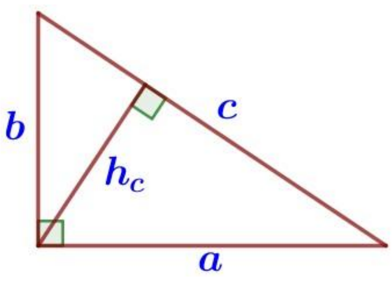


Треугольник прямоугольный



Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $c^2 = a^2 + b^2$

Медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы: $m = \frac{c}{2}$

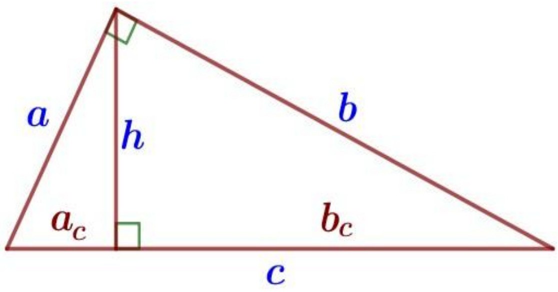


Площадь прямоугольного треугольника равна …

а) половине произведения его катетов:

$$S = \frac{1}{2}a \cdot b.$$

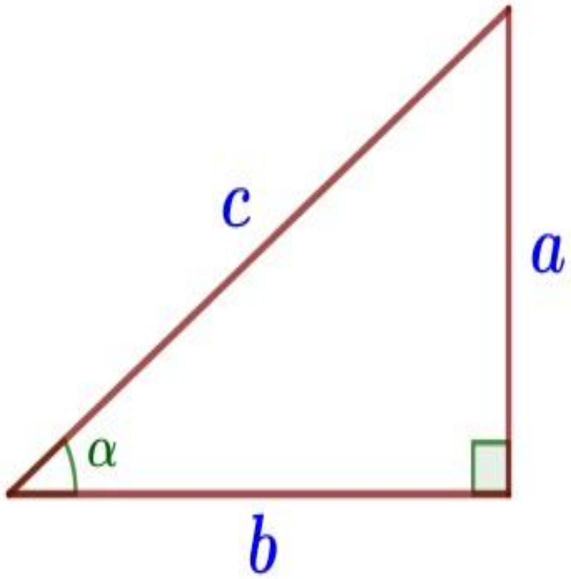
б) половине произведения его гипотенузы на высоту, проведенную к ней: $S = \frac{1}{2}ch_c$



Пропорциональные отрезки:

$$h^2 = a_c \cdot b_c$$

$$a^2 = a_c \cdot c \qquad b^2 = b_c \cdot c$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

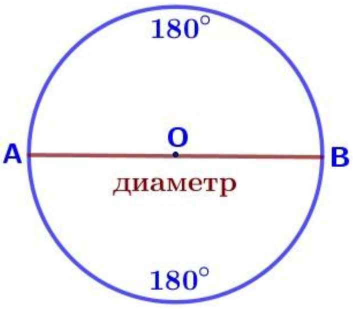
$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилижащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилижащий катет}}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{прилижащий катет}}{\text{протиаолежащий катет}}$$

16 задание (окружность)

Окружность

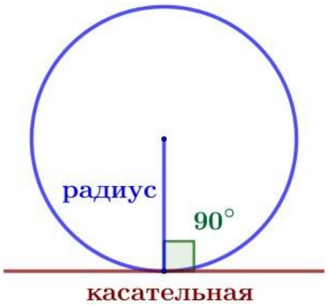


AO, **BO** – радиусы   AO=BO

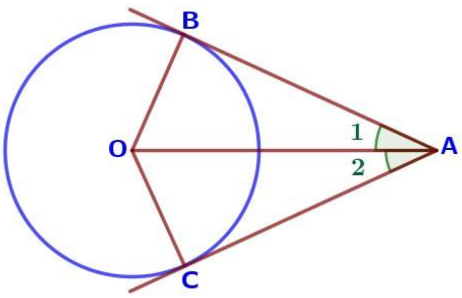
AB – диаметр   D=2R

Сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна 360°.

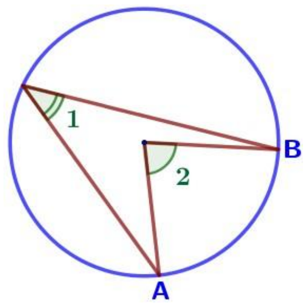
Диаметр делит окружность на две полуокружности.
∪AB=180



Касательная к окружности **перпендикулярна** к радиусу, проведенному в точку касания.

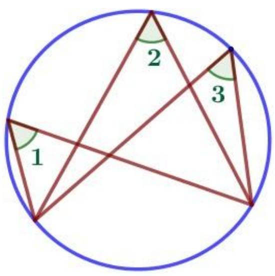


Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, **равны** и составляют **равные углы** с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности: AB=AC,   1=2.

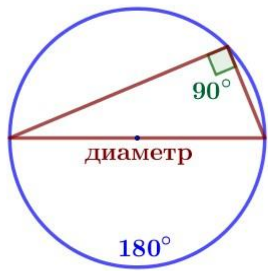


Градусная мера **вписанного угла** (вершина лежит на окружности) измеряется **половиной** дуги, на которую он опирается: $1=\frac{1}{2}AB$.

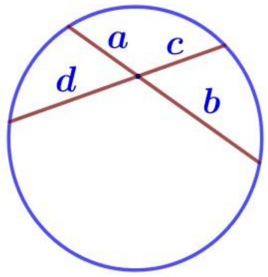
Градусная мера **центрального угла** (вершина в центре окружности) равна градусной мере соответствующей дуги окружности: 2=AB.



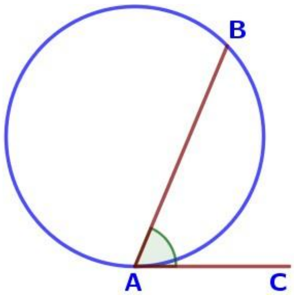
Вписанные **углы**, опирающиеся на одну и ту же дугу, **равны**: 1 = 2 = 3



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – **прямой** (90°).

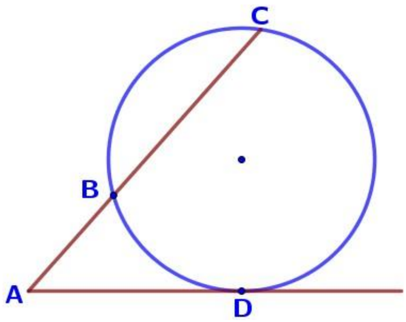


Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды: $ab=cd$.



Угол, образованный касательной и хордой измеряется половиной дуги, заключенной между его сторонами:

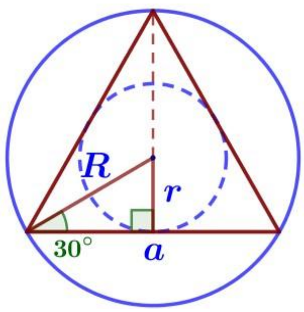
$$BAC=\frac{1}{2}\cup AB.$$

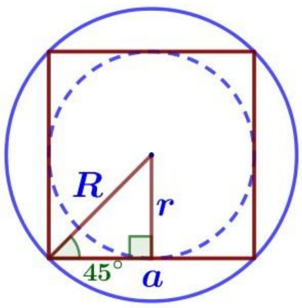


Квадрат отрезка касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть:

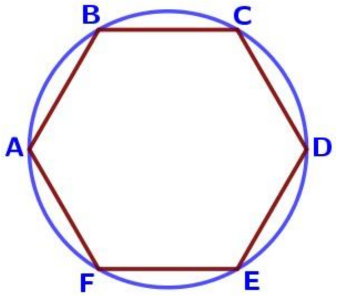
$$AD^2=AB\cdot AC$$.

Вписанная и описанная окружность





Правильные многоугольники



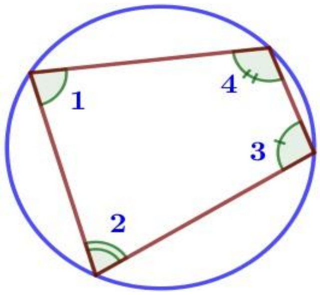
Любой правильный многоугольник можно вписать в окружность.

У правильного многоугольника все стороны равны.

AB=BC=CD=DE=EF=FA

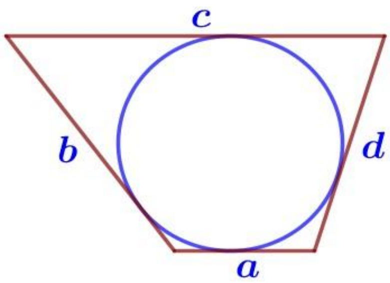
Равные дуги стягиваются равными хордами.

∪AB= ∪BC= ∪CD= ∪DE=∪ EF= ∪FA



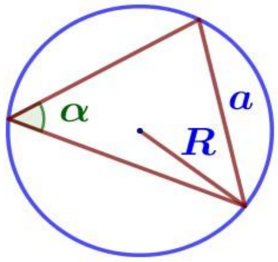
В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°:

1+3=2+4=180



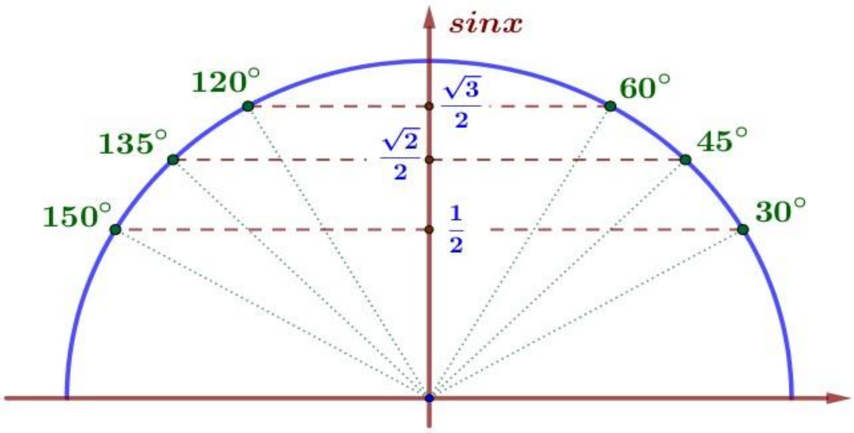
В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны :

$$a+c=b+d \quad .$$



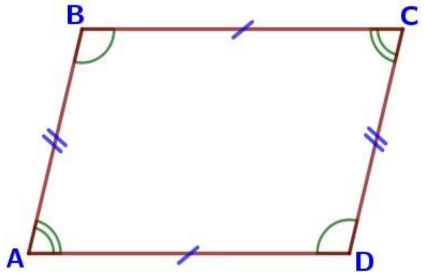
Удвоенный радиус описанной окружности равен отношению стороны треугольника к синусу противолежащего угла:

$$2R = \frac{a}{\sin \alpha}.$$



17 задание (многоугольники)

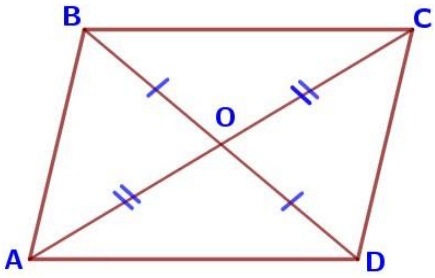
Параллелограмм



В параллелограмме противолежащие стороны и противолежащие углы равны

AB = DC   A = C

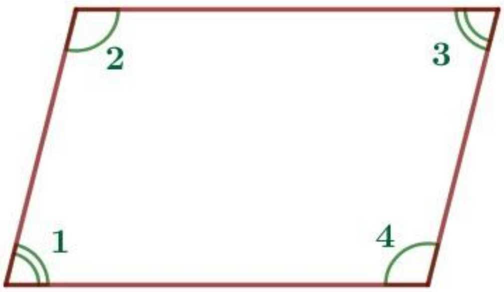
BC =AD   B = D



Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам

AO = OC

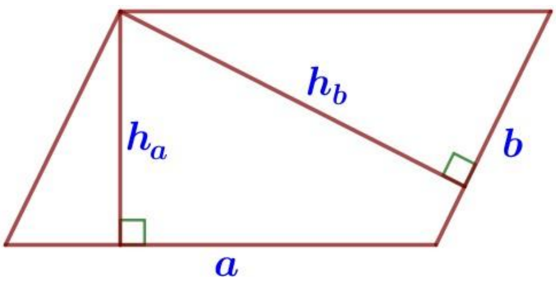
BO = OD



Сумма углов, прилегающих к одной стороне параллелограмма, равна 180 градусов

1 + 2 = 180°

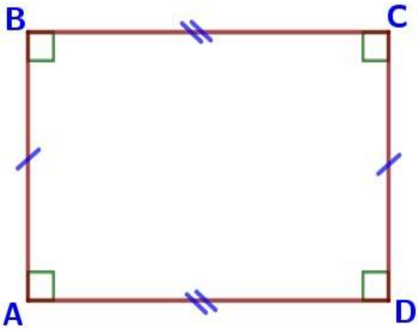
3 + 4 = 180 °



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту

S = $a\ h_a$ = $b\ h_b$

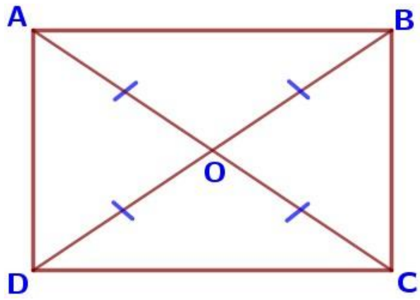
Прямоугольник и квадрат



Все углы прямоугольника прямые, ф противоположные стороны равны

A = B = C = D = 90°

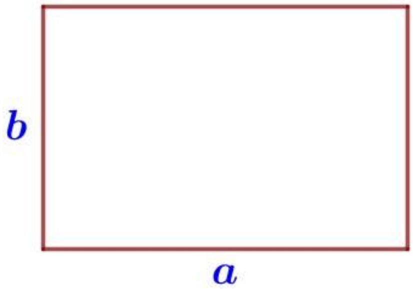
AB = CD,   BC = AD



Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам

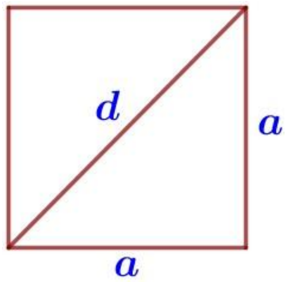
AO = OC

BO = OD



Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон

S = ab



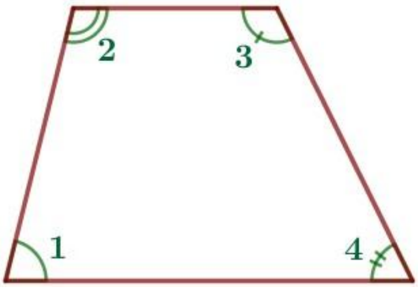
Площадь квадрата равна квадрату его стороны

S = a^2

Периметр квадрата: P = 4a

По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$

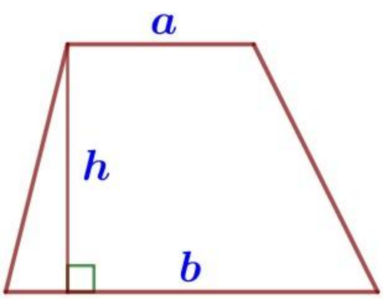
Трапеция



Сумма углов, прилегающих к соседней стороне трапеции, равна 180 градусов

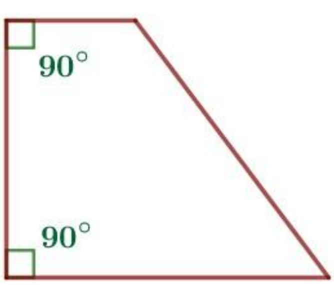
1 + 2 = 180°

3 + 4 = 180°

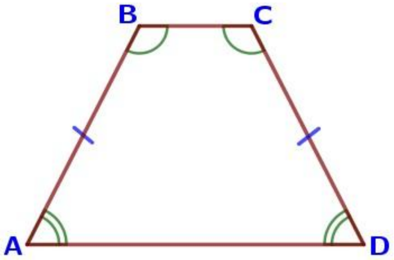


Площадь трапеции равна произведению полсуммы ее оснований на высоту

S = $\frac{1}{2}(a+b)h$



У прямоугольной трапеции один из углов прямой

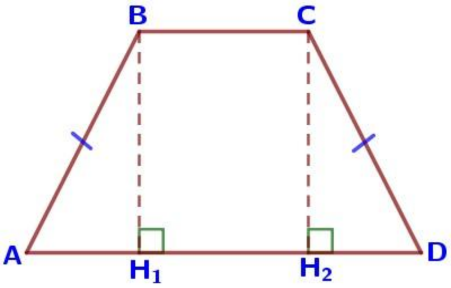


Трапеция называется равнобедренной если ее боковые стороны равны

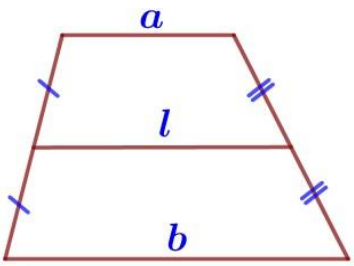
AB = CD

В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны

A = D,   B = C

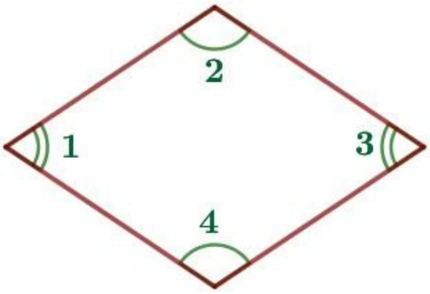


$$AH_1 = H_2D = \frac{AD - DC}{2}$$



Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полу сумме

$$l \parallel a, b \qquad l = \frac{a + b}{2}$$



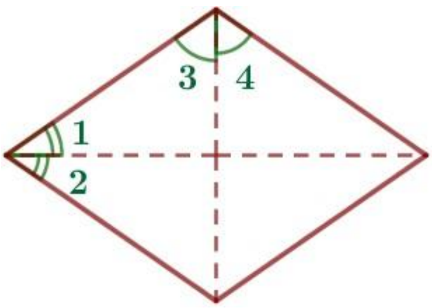
Ромб

В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны

1 = 3,   2 = 4

Сумма углов, прилегающих к одной стороне, ромба равна 180 градусов

1 + 2 = 180°   2 + 3 = 180°

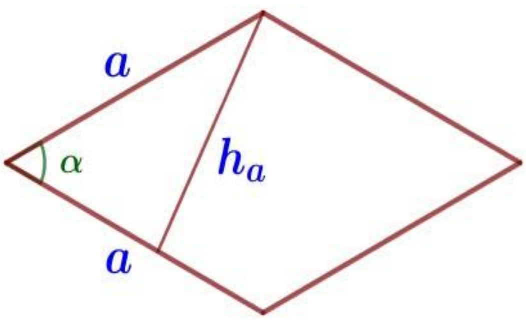


Диагонали ромба делят его углы пополам: 1 = 2,   3 = 4

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны

Периметр ромба: P = 4a

Площадь ромба равна:



1. произведению его стороны на высоту: $S = ah_a$
2. произведению двух его сторон на синус угла между ними

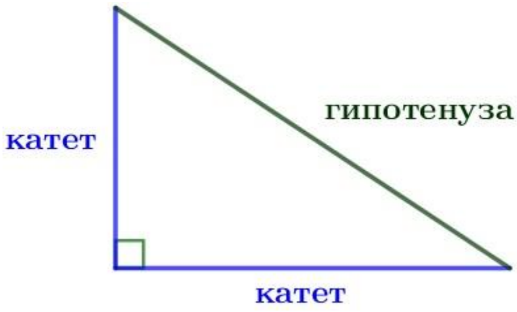
$$S = a^2 \sin\alpha$$

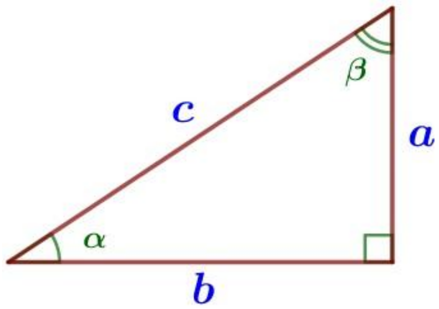
3. половине произведению его диагоналей

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

18 задание (фигуры на квадратной решетке)

Треугольник прямоугольный

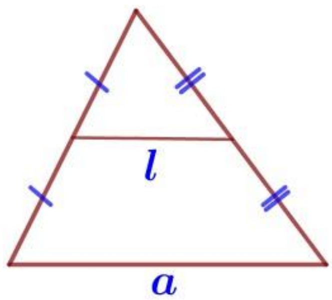




Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов:

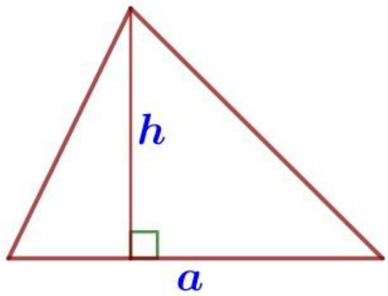
$$S = \frac{1}{2}ab$$

Треугольник произвольный



Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны:

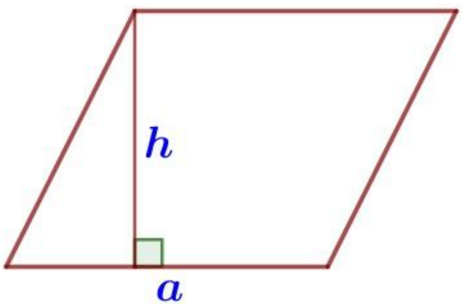
$$l \parallel a \qquad l = \frac{a}{2}$$



Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2}ah$$

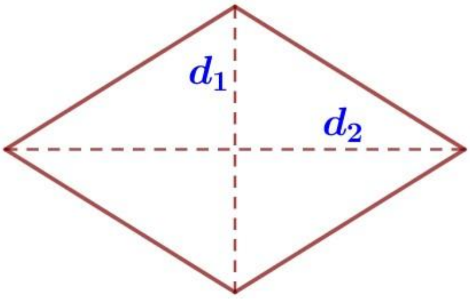
Параллелограмм



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту:

S=ah_a.

Ромб

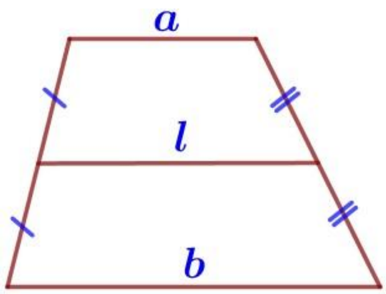


d_1 и d_2 – диагонали

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей:

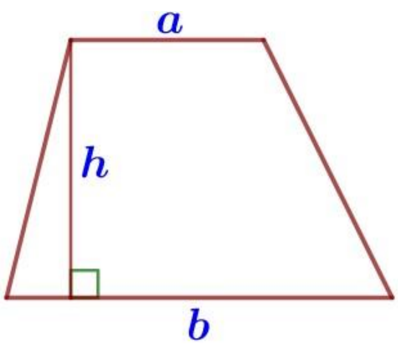
$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

Трапеция



Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полу сумме:

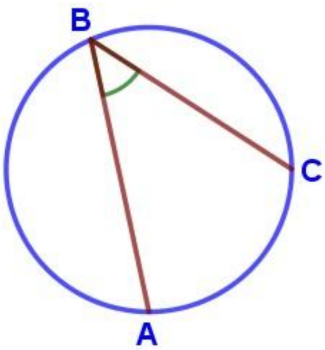
$$l\ II\ a, b \qquad\qquad l = \frac{a+b}{2}$$



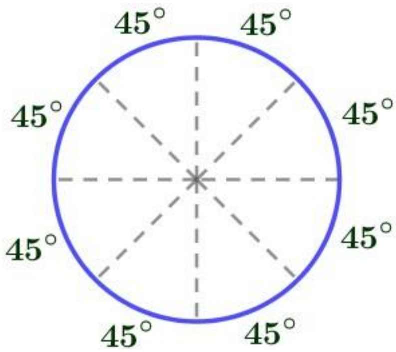
Площадь трапеции равна произведению полу суммы ее оснований на высоту:

$$S = \frac{a+b}{2}h$$

Углы



Градусная мера **вписанного угла** измеряется **половиной** дуги, на которую он опирается: $ABC = \frac{1}{2}AC$.



19 задание

В 19 задании из приведенных утверждений необходимо выбрать одно или несколько правильных. Утверждения из общего теоретического курса геометрии, поэтому, какие-то определенные рекомендации здесь дать нельзя, кроме как полного повторения теоретического курса.

Другое дело, что если вы точно не знаете какое-либо утверждение, то решить задачу можно наоборот - выбирая и отсеивая неправильные.

Пример №1

Какие из следующих утверждений верны? В ответ запишите номера утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

1. Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
2. Боковые стороны любой трапеции равны.
3. Центры вписанной и описанной окружностей треугольника совпадают.

Обращаем внимание на то, что вопрос содержит слово КАКИЕ, что означает нахождение нескольких верных ответов.

Итак, первое утверждение является верным, потому что есть теорема о сумме углов треугольника, равной 180 градусов, это не зависит от вида треугольника.

Второе утверждение является не верным, так как по определению, только у равнобедренной трапеции боковые стороны равны. Теперь становится понятным, что третье утверждение тоже должно быть верным. Но в доказательство тому мы имеем правила, которые нам говорят о том, что центры окружностей совпадают.

Итак, наши верные утверждения под номерами 1 и 3.

Ответ: 13

Справочник для успешной сдачи ОГЭ по математике. 9 класс. Пособие для подготовки к ОГЭ/ Составитель В.А. Казанцева. – 2023 – 32 с.: ил., чертежи.

Руководитель: Л. А Меренкова